

Andragradsfunktioner

Allmänt

$$y = ax^2 + bx + c$$

En andragradsfunktion kan skrivas $c = \text{skärningspunkt } _y\text{-axeln}$

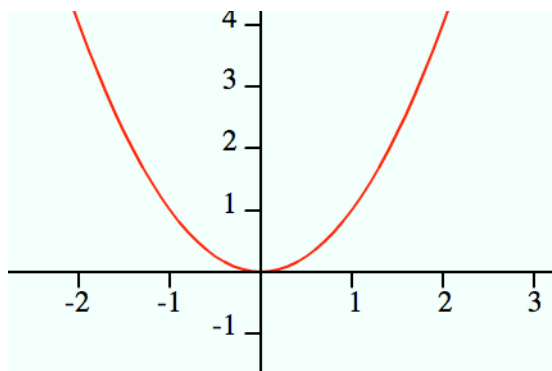
$$a \neq 0$$

Motsvarande kurva har en

maximipunkt om
Minimipunkt om

$a < 0$ (ledsen kurva)
 $a > 0$ (glad kurva)

Symmetri



Denna kurva är symmetrisk kring y-axeln.

Ex:

Undersök och rita följande kurva

$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$y = x(x - 4) + 3$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 3$$

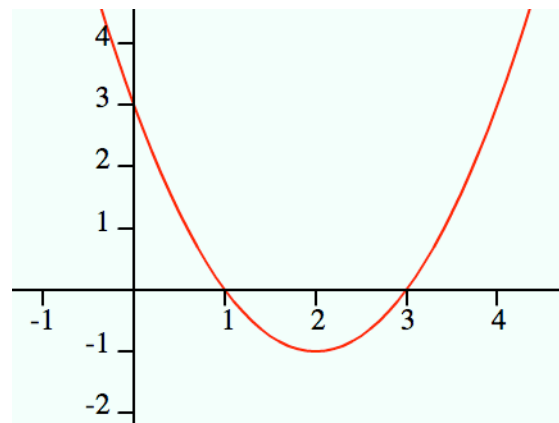
$$x = 4 \Rightarrow y = 3$$

symmetrilinjens_ekvation

$$x = \frac{0 + 4}{2} = 2 \Rightarrow$$

$$y_{\min} = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 =$$

$$4 - 8 + 3 = -1$$

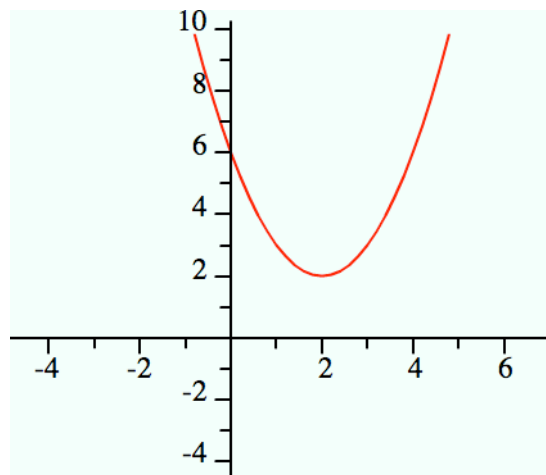


Denna kurva är symmetrisk kring $x=2$.

Nollställen till funktionen är $x=1$ och $x=3$.

Ex: Detta är grafen till $f(x) = x^2 - 4x + 6$

x	y
-5	51
-4	38
-3	27
-2	18
-1	11
0	6
1	3
2	2
3	3
4	6



Funktionen har inga nollställen (x då $y=0$) eftersom grafen inte skär x-axeln.

Man kan visa detta på två sätt algebraiskt genom att sätta $f(x)=0$.

Kvadratkomplettering:

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 2^2 + 6 = 2^2$$

$$(x - 2)^2 + 6 = 4$$

$$(x - 2)^2 + 6 - 6 = 4 - 6$$

$$(x - 2)^2 = -2$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{-2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{-2}$$

Pq-formeln

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2}$$

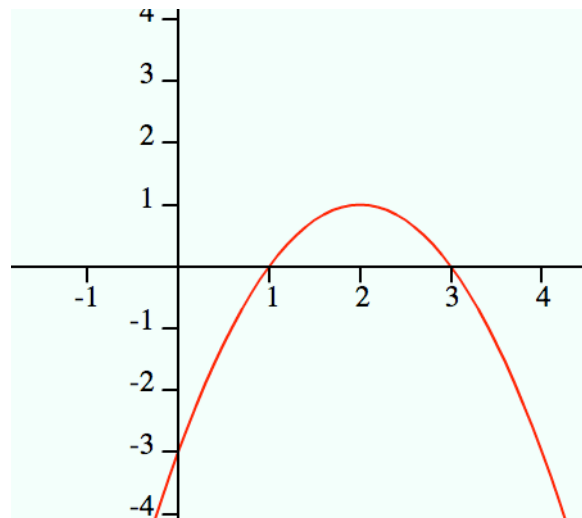
$$x = 2 \pm \sqrt{-2}$$

Symmetrilinjen är $x = 2$. Då man kan läsa av den från uträkningarna ovan. Det siffror som står framför \pm talar om för oss vilken som är dess symmetrilinje.

Ekvationen har inga reella rötter = funktionen har inga nollställen.

Ex: Detta är grafen till $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

x	y
-5	-48
-4	-35
-3	-24
-2	-15
-1	-8
0	-3
1	0
2	1
3	0
4	-3



Funktionen har två nollställen och det kan man beräkna genom att sätta $f(x)=0$.

Kvadratkomplettering:

$$-x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 4x + 2^2 + 3 = 2^2$$

$$(x - 2)^2 + 3 = 4$$

$$(x - 2)^2 + 3 - 3 = 4 - 3$$

$$(x - 2)^2 = 1$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{1}$$

$$x - 2 + 2 = 2 \pm 1$$

$$x = 2 \pm 1$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 1$$

PQ-formeln

$$-x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = -\left(\frac{-4}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 3}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4 - 3}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{1}$$

$$x = 2 \pm 1$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 3$$